

Thème : fonction

L'exercice

Une entreprise fabrique des cartons d'emballage. La production, exprimée en tonnes varie entre 0 et 10. Pour l'entreprise, le coût correspondant à la production de x tonnes de cartons, exprimé en milliers d'euros, est modélisé par :

$$C(x) = 0,5x^3 - 3x^2 + 5,5x - 2.$$

On appelle coût moyen la fonction C_M définie sur l'intervalle $]0;10]$ par : $C_M(x) = \dfrac{C(x)}{x}$.
L'entreprise vend ses cartons au prix de 40 milliers d'euros la tonne.
Que pensez-vous de l'affirmation « Le bénéfice est maximal lorsque le coût moyen est minimal » ? Justifiez la réponse.

d'après Tle STMG collection algomaths Delagrave

Les réponses de deux élèves de terminale STMG

Élève 1

J'ai tracé sur l'écran de ma calculatrice la courbe de chacune des deux fonctions. Le coût moyen est minimal pour 3 tonnes de cartons et le bénéfice est maximal pour 7 tonnes de cartons donc l'affirmation est incorrecte.

Élève 2

$C'_M(x) = x - 3 + \dfrac{2}{x^2} = \dfrac{x^3 - 3x^2 + 2}{x^2} = \dfrac{(x-1)(x^2-2x-2)}{x^2}$.

$\Delta = 2^2 - 4 \times 1 \times (-2) = 12$ *donc il y a deux solutions :* $x_1 = \dfrac{2-\sqrt{12}}{2\times 1} \approx -0,73$ *et* $x_2 = \dfrac{2+\sqrt{12}}{2 \times 1} \approx 2,73$.

Le coût moyen est donc minimal pour 2,73 tonnes de cartons mais je ne sais pas calculer le bénéfice.

Le travail à exposer devant le jury

1 – Analysez les productions de ces deux élèves en mettant en évidence leurs réussites et leurs éventuelles erreurs ainsi que l'accompagnement que vous pourriez leur proposer pour les aider.

2 – Exposez une correction de l'exercice telle que vous la présenteriez devant une classe de terminale STMG.

3 – Proposez deux exercices sur le thème *fonction* l'un au niveau collège, l'autre au niveau lycée permettant de développer la compétence « modéliser ».

Thème : grandeurs et mesures

L'exercice

Lors d'une promenade à bicyclette, Lucie utilise une application de son smartphone pour évaluer sa vitesse sur chacun des quatre tronçons du trajet.

Longueur du tronçon	5km	5km	5km	5km
Vitesse	18,4 km/h	17,3 km/h	21,2 km/h	16,8 km/h

Estimer la durée totale de son trajet ainsi que sa vitesse moyenne au cours de ce trajet.

Les productions de deux élèves de troisième

Élève 1

Comme toutes les distances sont identiques il suffit de faire la moyenne des vitesses :
$(18,4+17,3+21,2+16,8)/4 = 18,4$ *donc* $18,4$ *km/h.*
Par conséquent Lucie a mis un peu plus d'une heure.

Élève 2

J'ai utilisé un tableur :

	A	B	C	D	E	F
1	*distance*	*5*	*5*	*5*	*5*	*20*
2	*vitesse*	*18,4*	*17,3*	*21,2*	*16,8*	
3	*temps*	*3,68*	*3,46*	*4,24*	*3,36*	*14,74*
4						*1,356852103*

Je trouve un temps total de $14,74$*h et une vitesse moyenne de* $1,35$*km/h, mais j'ai dû me tromper.*

Le travail à exposer devant le jury

1 – Analysez les productions de ces deux élèves en mettant en valeur leurs réussites et en précisant leurs erreurs. Vous indiquerez les conseils à leur apporter.

2 – Présentez une correction de l'exercice telle que vous l'exposeriez devant une classe de troisième.

3 – Proposez deux exercices (l'un au niveau du collège, l'autre au niveau du lycée) sur le thème *grandeurs et mesures* permettant notamment de développer les compétences « modéliser » et « calculer ».



Thème : conjecture et démonstration

L'exercice

Soit LEO un triangle rectangle en L tel que OE = 4 cm et OL = 2 cm. OLGA est un losange tel que E, O et A sont alignés dans cet ordre.

1. Réaliser une figure.
2. Conjecturer et démontrer une propriété sur les longueurs LE et LA.

D'après les fiches de tonton Lulu, vol.1 diffusion Tangente

La réponse de deux élèves de cycle 4 à la question 2

Élève 1

2. Je conjecture que LE = LA.
J'appelle I *le milieu du segment* [EO].
Je vois que le triangle OIL *est équilatéral et que les triangles* EIL *et* OLA *sont égaux.*
Par conséquent LE = LA.

Élève 2

2. Sur mon dessin je pense que LA est plus grand que LE.
Dans le triangle LEO *rectangle en* L *je peux calculer la longueur* [EL] *avec le théorème de Pythagore :*
$\text{EL}^2 + \text{LO}^2 = \text{EO}^2$ *donc* $\text{EL} = \sqrt{12}$.
Ensuite j'ai appelé C *le centre du losange et je voulais montrer que la longueur* CL *est* $\dfrac{\sqrt{12}}{2}$ *mais je n'y suis pas arrivé car il me manque une longueur dans le triangle rectangle* OCL.

Le travail à exposer devant le jury

1 – Analysez ces productions d'élèves en mettant en évidence leurs réussites et leurs éventuelles erreurs. Vous préciserez l'aide que vous pouvez leur apporter.

2 – Présentez une correction de l'exercice telle que vous l'exposeriez devant une classe de collège de cycle 4.

3 – Proposez deux exercices sur le thème *conjecture et démonstration*, l'un au niveau collège, l'autre au niveau lycée. L'un au moins des exercices devra permettre de développer la compétence « raisonner ».

Thème : fonctions

L'exercice

Dans un magasin de reprographie, il existe deux types de photocopieurs.

Le prix des photocopies effectuées en utilisant le **photocopieur de type A** est obtenu à l'aide de la fonction `prixtotal` programmée ci-contre en langage Python.

```
def prixtotal(n):
    if n<=50:
        prix=n*0.1
    if 50<n and n<=200 :
        prix=5+(n-50)*0.05
    if n>200:
        prix=12.5+(n-200)*0.02
    return prix
```

Le **photocopieur de type B** fonctionne à l'aide d'une carte vendue 15 €. Cette carte permet d'effectuer 200 photocopies puis à partir de la 201e, la photocopie est facturée 0,01 €.

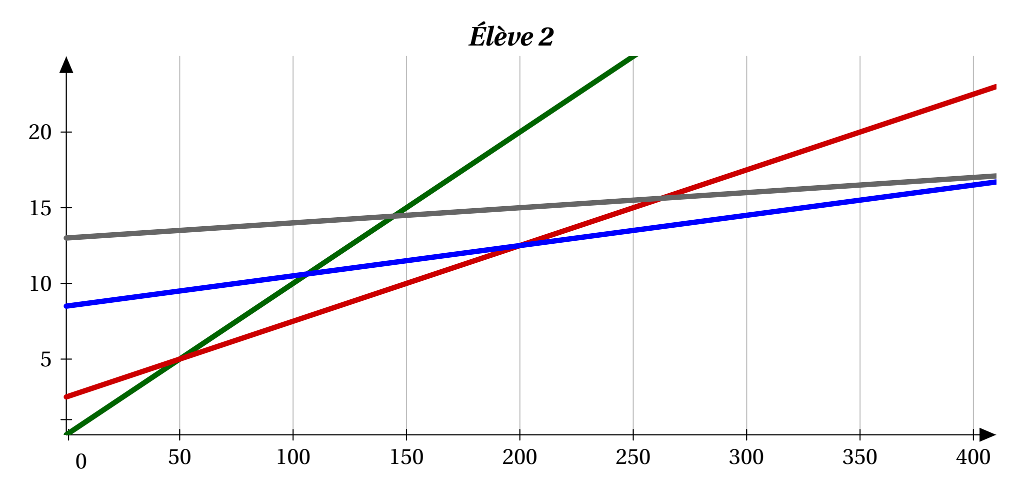
Déterminer en fonction du nombre de photocopies réalisées, le type de photocopieur à utiliser.

Les réponses de trois élèves de seconde

Élève 1

J'ai créé une fonction « affichage B » puis j'ai fait des tests. J'ai trouvé qu'il est préférable de choisir le photocopieur A pour un nombre de photocopies inférieur ou égal à 450.

Élève 2



À l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique, j'ai tracé les 4 fonctions affines. Après je ne sais pas comment faire.

Élève 3

x est le nombre de photocopies à réaliser. Je résous alors : $12,5+(x-200)\times 0,02 < 15+0,01x$.
Soit $0,01x < 6,5$. *Soit* $x < 650$. *Il est préférable de choisir le photocopieur A pour* $x < 650$.

Le travail à exposer devant le jury

1 – Analysez les productions de ces trois élèves en mettant en évidence leurs réussites et leurs éventuelles erreurs, ainsi que l'aide que vous pourriez leur proposer.

2 – Présentez une correction de l'exercice telle que vous l'exposeriez devant une classe de seconde.

3 – Proposez deux exercices sur le thème *fonctions* permettant de développer les compétences « modéliser » et « représenter ».